MODELIZACIÓN DE SISTEMAS COMPLEJOS EN EL APRENDIZAJE DE LA MATEMÁTICA

Juan Manuel Maffei
juanma@maffeiinformatica.com.ar
Escuela de Educación Técnico Profesional N 669 / Argentina
Escuela Particular Incorporada N° 1122 "Hijas de Cristo Rey" /Argentina

Tema: II.1 - La Resolución de Problemas como Herramienta para la Modelización Matemática.
Modalidad: CB.
Nivel educativo: Medio (11 a 17 años).
Palabras clave: modelización, sistemas complejos, interdisciplinariedad, significatividad.

Resumen

Este trabajo surge a partir de una situación recurrente en las aulas por parte de los alumnos que ante cada contenido planteado preguntan "¿y esto para qué sirve?". Esta pregunta sería un indicador de la falta de significatividad en dichas clases, por no encontrar los jóvenes una aplicación directa de lo que se les intenta enseñar, y por ello se aborda el desarrollo de una propuesta particular que, en teoría, fomenta el establecimiento de las condiciones para que se produzcan aprendizajes significativos. Se emprende durante el transcurso de las clases, el estudio de sistemas complejos, profundizando sólo en aspectos que requieran, para su comprensión o funcionamiento, de las herramientas matemáticas que se procuran enseñar. De ese modo, el concepto matemático a aprender, se supone contextualizado y aplicado en el funcionamiento del sistema en estudio. Luego, se brindan sugerencias para la implementación y finalmente, se llevan a la práctica mediante el trabajo de campo en una Escuela de Educación Técnica, ubicada al sur de la Provincia de Santa Fe (Argentina), en la que se aplicará la propuesta estudiando el modelo sistémico de un partido de fútbol, mediante la resolución de problemas.

1.Introducción

"Las preguntas que los docentes escuchan permanentemente – ¿y esto para qué sirve?, por ejemplo– están mostrando esa necesidad de los alumnos de comprender las razones de ser de los contenidos matemáticos escolares. Ya no aceptan estudiar definiciones y propiedades que luego hay que repetir y aplicar en ejercicios rutinarios, sospechan que la matemática no puede ser solamente eso" (Saiz, 2007).En base a distintas observaciones, se encontraron reincidencias en las formas de proceder de los docentes que ante este cuestionamiento explican que no es posible para ellos encontrar aplicaciones prácticas en todo momento, y en otros casos, que la exposición de una aplicación, en algunas circunstancias, demanda mucho más tiempo del que se dispone para el desarrollo del concepto matemático.

El objetivo principal de esta propuesta es lograr que los estudiantes sean capaces de encontrar en la clase al menos una aplicación útil de las herramientas matemáticas que se les brindan.

2. Aprendizajes significativos

El término de aprendizajes significativos fue introducido por David Ausubel en 1963, ampliado en 1973 y en 1976 por él mismo. Desde ese momento hasta la actualidad, su teoría ha recibido diversos aportes que la enriquecieron.

"El aprendizaje significativo es el proceso según el cual se relaciona un nuevo conocimiento o información con la estructura cognitiva del que aprende de forma no arbitraria y sustantiva o no literal. Esa interacción con la estructura cognitiva no se produce considerándola como un todo, sino con aspectos relevantes presentes en la misma, que reciben el nombre de subsumidores o ideas de anclaje" (Ausubel, 1973). "La presencia de ideas, conceptos o proposiciones inclusivas, claras y disponibles en la mente del aprendiz es lo que dota de significado a ese nuevo contenido en interacción con el mismo" (Moreira, 2000).El aprendizaje significativo no se produce de manera súbita, sino que se trata de un proceso demorado que requiere su tiempo.Rodríguez Palmero (2004), enumera las condiciones que deben cumplirse para que se produzca un aprendizaje significativo, que son: **1) la predisposición del estudiante para aprender** y **2) la presentación de un material significativo**. Esto último a su vez requiere que ese material posea significatividad lógica (que sea potencialmente relacionable con la estructura cognitiva del que aprende de manera no arbitraria y sustantiva) y que existan ideas de anclaje que permitan la interacción con el material nuevo que se presenta.

3. Presentación de la propuesta

Para lograr fomentar la predisposición de los estudiantes (condición para que se produzcan aprendizajes significativos), se propone, **en primer lugar**, tratar temas de interés de los jóvenes, para **luego problematizar** sobre aspectos relacionados a dichos temas, utilizando a la matemática como herramienta para su resolución. Si bien puede aparentar una tarea sencilla, esto conlleva un gran inconveniente: el profesor de matemática no es especialista en la disciplina o tema escogido, lo cual desemboca en dos dificultades: por un lado, la delimitación y cierre del objeto de estudio, y por otro, la presentación de un material significativo.

Para remediar este problema se propone recurrir al enfoque sistémico. Así, mediante la presentación de un modelo de sistemas, cualquier docente de matemática puede abordar, de forma conjunta con los estudiantes, una porción de la realidad de forma rápida, para luego problematizar sobre algún subsistema en particular cuyos prerrequisitos (cfr. Fourez, 1994) sean las herramientas matemáticas que se desean enseñar.

En síntesis, se pretende:

a) Indagar los intereses de los estudiantes.
b) Mediante el enfoque sistémico, exponer uno de esos temas de interés.
c) Problematizar en alguna parte del modelo, con la intención de resolver el problema con la matemática que se pretende enseñar.

3.1 El enfoque sistémico

Un sistema es un conjunto de partes que actúan juntas para lograr un fin. Tanto al mundo físico como al social se los puede concebir en torno a una organización por sistemas.

Para estudiar un sistema, se deberá tener en cuenta:

- **Límites**: fronteras que enmarcan a un sistema y lo separan del mundo exterior. La fijación de los límites es un punto clave en el enfoque sistémico, pues delimita el campo de estudio.
- **Flujos**: la circulación de elementos que intervienen, que normalmente se clasifican en materia, energía e información; los flujos de materia se conservan (si entran al sistema deben salir transformados o convertidos); los flujos de energía también se conservan (y dentro del sistema se transforman); los flujos de información no necesariamente se conservan y deben salir; a veces materia y energía están íntimamente asociados y no conviene separarlos.
- **Depósitos**: lugares de almacenamiento de materia, energía e información.
- **Redes de comunicación**: posibilitan las relaciones e interacciones entre elementos y permiten los intercambios de materia, energía e información dentro de un sistema y con otros sistemas; pueden ser físicas o mentales.
- **Elementos de control**: controlan la circulación y el caudal del flujo; transforman la información que reciben en acciones.

- **Retardos**: son consecuencia de la velocidad de la circulación de los flujos, de los tiempos de almacenamiento, y están vinculados con la transmisión y circulación de materia, energía e información.
- **Bucles de realimentación**: hay *feed-back* o realimentación cuando la salida actúa sobre la entrada, existiendo bucles de alimentación positiva (donde se tiende a la divergencia) o de realimentación negativa (donde se tiende a la convergencia); como los sistemas tienden a mantenerse en equilibrio, para que este equilibrio tenga lugar es necesario contar con mecanismos necesarios para modificar su comportamiento cuando las exigencias del medio lo requieran, los bucles de realimentación negativos son idóneos.
- **Elementos**: son los componentes de un sistema, que pueden ser a su vez subsistemas; se dividen entradas y salidas y se representan con cajas negras.
- **Proceso de conversión**: cambian las características de los elementos de entrada convirtiéndolos en elementos de salida.

Para representar los modelos de sistemas se utilizan diagramas de bloques, que permiten visualizar las relaciones entre los distintos elementos a través de los flujos de materia, energía e información.El enfoque sistémico permite obtener importantes conclusiones sin profundizar en detalles técnicos que complicarían el análisis, priorizando los aspectos más globales que posibilitan obtener conclusiones no sólo desde el punto de vista técnico, sino también social, ecológico y buscando características que permitan generalizar a otros sistemas.

Un sistema puede ser divisible estructuralmente, pero no funcionalmente, ya que algunas de sus propiedades esenciales se perderán con la división.

4. Sugerencias para la implementación de la propuesta

Las siguientes sugerencias se brindan como punto de partida, manifestando el orden dado a la propuesta planteada en el trabajo de campo. Además, se brindan referencias que permitirán profundizar en algunas cuestiones particulares a aquellos que lo deseen.

1) Indagar en los intereses de los estudiantes.
2) Analizar cuáles de estos intereses pueden estudiarse como sistemas.
3) Seleccionar cuáles de los sistemas surgidos poseen mayor riqueza en cuanto al abordaje de los contenidos matemáticos que se deben aprender (cfr. Prerrequisitos, Fourez (2005)), y luego plantear a los estudiantes la elección de

uno de ellos de forma explícita (por ejemplo, mediante votación o diálogo) o implícita (por ejemplo, mediante el diálogo u observaciones).

4) Modelizar el sistema escogido (sólo por el docente, por el docente y los estudiantes o bien en un trabajo conjunto con otros espacios curriculares). Se sugiere optar entre:
   a. Crear un islote de racionalidad (de tipo 1 ó 2) en torno del sistema complejo (cfr.Fourez, 2005).
   b. Crear el modelo sistémico con diagramas de bloques (Sección 3.1 de este trabajo y ejemplos en Anexos).
5) Hallar aplicaciones al contenido matemático que se debe estudiar. Puede auxiliarse por alguna de las siguientes sugerencias:
   a. Buscar problemas que se resuelvan con el contenido matemático que se debe abordar.
   b. Buscar aspectos del sistema que requieran de la matemática a aprehender para su mejor comprensión (o para la apertura de una determinada caja negra).
6) Plantear a los estudiantes mediante problemas particulares (cfr. Polya, 1972) o mediante problemas generales(cfr. Doval, 2005).

5. Trabajo de campo

5.1 Diagnóstico

El trabajo de campo se llevó a cabo en una Escuela de Educación Técnica ubicada al sur de la provincia de Santa Fe (Argentina), en un Segundo Año (estudiantes de 14 y 15 años de edad) formado por 36 varones.

Los temas designados a enseñar mediante la propuesta fueron funciones de proporcionalidad directa e inversa y porcentajes.

Se llevó a cabo el diagnóstico durante un período de observación de 20 horas cátedra. Algunas conclusiones:

- Los estudiantes siempre se organizaron en hileras.
- La dinámica de las clases se repitió (repaso, explicación conjunta, ejercitación, corrección).
- La forma de plantear el contenido también se repitió (teoría con poca rigurosidad, ejemplo, ejercicios similares al ejemplo, y en contados casos, problemas de aplicación).

- Existió un constante murmullo y gradual desorden durante la ejercitación.
- Durante las explicaciones del docente se experimentó una generalizada falta de atención.
- El rendimiento de los estudiantes fue bajo (la mayoría de los estudiantes entregó exámenes en blanco).
- Hubo algunos actos de indisciplina que requirieron de la intervención de integrantes del equipo de gestión.

5.2 Implementación

Si bien la unidad didáctica "magnitudes y proporcionalidad" se dictó en su totalidad mediante la modelización de sistemas complejos, por razones de espacio se expondrán aquí sólo tres de las actividades para ilustrar la propuesta.

Durante la etapa de observación, se detectó que todos los estudiantes eran apasionados por el fútbol. Por ello, el sistema escogido para analizar fue un partido de fútbol.

Se optó por realizar un diagrama de bloques, mostrando los distintos elementos que actúan en un partido y sus relaciones. Los estudiantes mostraron tener muchos conocimientos sobre el fútbol, lo cual resultó muy útil para avanzar rápidamente a la siguiente etapa de la propuesta.

Se procedió a abordar el estudio de un partido específico con la ayuda de un video y algunos datos estadísticos. Al exponer esta información se pidió a los alumnos que realicen la siguiente actividad: "1) Según tu opinión, **comentar** qué equipo jugó mejor y **fundamentar** tu elección con ayuda de las magnitudes que creas convenientes".

Así, surgieron distintas formas de explicar "qué equipo jugó mejor", y entre ellas, la más recurrente fue la necesidad de conocer la posesión de la pelota, reconociendo que esta magnitud es un porcentaje, por lo que se plantearon algunas consignas abiertas para indagar los conocimientos previos, tales como: "¿qué es la posesión de la pelota? ¿Qué indica? ¿Qué es un porcentaje? ¿Cómo se calcula? ¿La posesión de la pelota es una magnitud que mide tiempo?". Dado que ningún estudiante pudo responder estas preguntas, se procedió a explicar de manera formal el contenido matemático y se brindó la siguiente ejercitación:

"2) Utilizando un reloj doble (como los que se utilizan en ajedrez), se pudo medir que el equipo A tuvo la pelota durante 64 minutos, y el equipo B durante 28 minutos.

a) Representar estos datos gráficamente (como lo hacen en las transmisiones televisivas).
b) Hallar los porcentajes de posesión de cada equipo."

Se propuso un tiempo para la resolución individual de los estudiantes, y se brindó más adelante una formalización de la teoría matemática necesaria para resolver esta actividad. Luego, se pidió que retomen la actividad 1, utilizando lo que ahora habían aprendido. Todos los estudiantes se mostraron interesados y trabajaron en la resolución de ambas actividades (por lo que pareció existir predisposición para el aprendizaje) y además, muchos de ellos pudieron responder la actividad 1 (más general y orientada directamente al sistema), nutriéndose con la actividad 2 (más específica y relacionada con los temas a tratar en matemática), lo cual da indicios de un material con ideas de anclaje válidas.

La propuesta también sirvió para facilitar el "sentido común"[1]. Un error común que cometieron varios estudiantes fue tomar cualquier par de magnitudes y considerarlas proporcionales. Para ello se problematizó nuevamente a partir del sistema en estudio, provocando el descubrimiento de dos magnitudes no proporcionales: "*Ayer estuve viendo fútbol. Lionel Messi convirtió un gol a los 3' y otro a los 6'. Luego apagué el televisor. Por inducción, sé que el partido terminó 30 a 0 (en los 90')*. ¿Cuál fue el razonamiento realizado en esta situación? ¿Es correcto? ¿Por qué?".El problema llamó la atención de los estudiantes por la incoherencia del resultado, y sirvió para que descubran que no todas las magnitudes están relacionadas, y que no todas las que guardan una relación deben ser proporcionales.

6. Conclusiones

En las clases en las que se trabajó con esta propuesta didáctica, los estudiantes se mostraron más interesados. Incluso aquellos que nunca habían trabajado, participaron de los debates y realizaron la ejercitación. Luego de realizar diversas encuestas, se encontró que aproximadamente la mitad de ellos juega al fútbol, que todos ven varios partidos semanalmente y que el 90% se considera hincha fanático de un club local, lo cual quizás justifica este interés en las actividades.

La riqueza de este trabajo radica en considerar la realidad como punto de partida, para luego requerir la resolución de un problema tomado de esta realidad, y para más

[1] Con esto se refiere a descartar resultados incoherentes (Polya, 1972) o a replantearse los problemas mediante analogías (Fourez, 2005).

adelante, mostrar que la matemática muchas veces puede facilitar la resolución de ese problema. Es casi imposible que en una clase de este tipo aparezca algún: “profe, ¿y **esto** para qué sirve?”, ya que “**esto**” se está usando “**para hacer algo**”.

Referencias bibliográficas

Ander-Egg, E. (1994). *Interdisciplinariedad en Educación.* Buenos Aires: Magisterio del Río de la Plata.

Ausubel, D. P. (1973). Algunos aspectos psicológicos de la estructura del conocimiento. En S. Elam, *Investigaciones sobre el proceso de aprendizaje y la naturaleza de las disciplinas que integran el currículum* (págs. 211-239). Buenos Aires: El Ateneo.

Bertalanffy, L. v. (1986). *Teoría General de los Sistemas: Fundamentos, Desarrollo, Aplicaciones* . México: Fondo de Cultura Económica.

Capra, F. (1996). *La Trama de la Vida.* Barcelona: Anagrama.

Doval, L. (2005). El desorganizador. CD Educ@r N° 15. Buenos Aires.

Fourez, G. (2005). *Alfabetización científica y tecnológica: acerca de las finalidades de la enseñanza de las ciencias.* Buenos Aires: Colihue.

García, R. (2006). *Sistemas complejos: Conceptos, métodos y fundamentación epistemológica de la investigación interdisciplinaria.* Barcelona: Gedisa.

Juntsch, E. (1979). Hacia la interdisciplinariedad y la transdisciplinariedad en la enseñanza y la innovación. En G. Berger, A. Briggs, & G. Michaud, *Interdisciplinariedad. Problemas de la enseñanza de la investigación en Universidades* (págs. 110-141). Anuies.

Maffei, J. M. (Diciembre de 2011). *Observaciones y Prácticas Pedagógicas en Escuela de Educación Secundaria Normal.* Recuperado el 25 de Abril de 2013, de http://www.juanmanuelmaffei.com.ar/documentos/obpracnormal.pdf

Maffei, J. M. (Diciembre de 2012). *Entrevistas a docentes de Matemática de Villa Constitución.* Recuperado el 25 de Abril de 2013, de http://www.juanmanuelmaffei.com.ar/documentos/entremate2012.pdf

Maffei, J. M. (Diciembre de 2012). *Observaciones y Prácticas de Residencia en Escuela de Educación Secundaria de la Modalidad Técnico Profesional.* Recuperado el 25 de Abril de 2013, de http://www.juanmanuelmaffei.com.ar/documentos/obpractecnica.pdf

Morin, E. (1999). *El método III: El conocimiento del conocimiento.* Madrid: Cátedra.

Morin, E. (1999). *Los Siete Saberes Necesarios para la Educación del Futuro.* Medellín: Santillana.

Morin, E. (2007). *Introducción al pensamiento complejo (Novena reimpresión).* Barcelona: Gedisa.

Morin, E. (2007). *La cabeza bien puesta: bases para una reforma educativa.* Buenos Aires: Nueva Visión Argentina.

Motta, R. (marzo de 1999). *Complejidad, educación y transdisciplinariedad.* Recuperado el 26 de julio de 2012, de Revista Polis: http://www.revistapolis.cl/3/motta.htm

Polya, G. (1972). *Como plantear y resolver problemas.* Budapest: Trillas.

Rodríguez Palmero, M. L. (2004). La Teoría del Aprendizaje Significativo. *Concept Maps: Theory, Methodology, Technology. Proc. of the First Int. Conference on Concept Mapping.* Pamplona.

Saiz, I. (17 de 1 de 2007). Irma Elena Saiz: Una matemática con sentido. (V. Castro, Entrevistador)